

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ****ETAPA LOCALĂ – 07 FEBRUARIE 2026****Clasa a V-a****Problema 1.**

Suma a trei numere naturale este 2026. Determină cele trei numere, știind că primul număr este cu 67 mai mic decât un sfert din al doilea, iar al treilea este cu 90 mai mare decât diferența dintre primele două numere.

Irina Constantin, Călărași

Problema 2.

Se dă șirul de numere naturale: 26, 51, 76, 101, 126, 151, ..., 2026.

- Arată că suma primilor cinci termeni ai șirului este multiplu al lui 19.
- Arată că suma oricăror trei termeni consecutivi ai șirului nu este pătrat perfect.
- Află numărul termenilor șirului.
- Află numărul pătratelor perfecte din șir.

Luminița Bucureșteanu, Călărași

Problema 3.

Două numere naturale de două cifre, $\overline{ab}$ și $\overline{cd}$ se numesc „legate”, dacă între cifrele lor are loc următoarea egalitate: $a - c = b - d = 5$.

- Arătați că două numere „legate” nu pot fi simultan prime
- Determinați numerele „legate” $\overline{ab}$ și $\overline{cd}$, știind că prin împărțirea lui $\overline{ab}$ la $\overline{cd}$ se obține câtul 2 și restul 13.

Relu Ciupea, Oltenița

Problema 4.

La un concurs de cultură generală, Ana s-a plasat pe primul loc, iar Bogdan, pe locul al doilea. Concursul a constat dintr-un set de întrebări; pentru fiecare răspuns corect s-au acordat 5 puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit s-au scăzut două puncte. Regulamentul cerea ca să se răspundă la toate întrebările. Ana a răspuns corect la 19 întrebări, iar Bogdan a obținut 84 de puncte. Aflați câte răspunsuri corecte a dat Bogdan și câte puncte a obținut Ana.

G.M. 6-7-8

SUCCES!

Problema 1.	Problema 2.	Problema 3.	Problema 4.	Oficiu
25 p	a) 5p; b) 5p c) 5p; d) 10p	a) 10p b) 10p	20p	10 p

Pb.1) 25p	Fie a, b, c cele trei numere. $\left. \begin{array}{l} a = x - 67 \\ b = 4x \\ c = 3x + 67 + 90 \end{array} \right\}$ 2026 implică $8x + 90 = 2026$ sau $8x = 1936$, de unde $x = 242$. $a = 242 - 67 = 175, b = 4 \cdot 242 = 968, c = 242 \cdot 3 + 67 + 90 = 883$	10p 15p
Pb.2) 25p	a) $s = 26 + 51 + 76 + 101 + 126 = 380 = 19 \cdot 20 \Rightarrow s$ este multiplu al lui 19 b) Suma oricăror trei termeni consecutivi are ultima cifră egală cu $u(6+1+6) = 3$ sau cu $u(1+6+1) = 8$; cum orice număr natural cu ultima cifră 2, 3, 7 sau 8 nu este pătrat perfect $\Rightarrow$ suma oricăror trei termeni consecutivi ai șirului nu este pătrat perfect c) Observăm că fiecare termen al șirului este cu 25 mai mare decât precedentul $t_1 = 26 = 25 \cdot 1 + 1$ $t_2 = 51 = 25 \cdot 2 + 1$ $t_3 = 76 = 25 \cdot 3 + 1$... $t_n = 2026 = 25 \cdot 81 + 1 \Rightarrow n = 81 \Rightarrow$ șirul are 81 de termeni d) Termenii șirului au ultima cifra 1 și 6 $\Rightarrow u(k^2) = 1$ sau $u(k^2) = 6, k$ număr natural, $26 < k^2 < 2026$ $u(k^2) = 1 \Rightarrow u(k) = 1$ sau $u(k) = 9$ $u(k^2) = 6 \Rightarrow u(k) = 4$ sau $u(k) = 6$ Pătrate perfecte cuprinse între 26 și 2026 cu ultima cifră 1 sau 6 sunt: $11^2 = 121, 21^2 = 441, 31^2 = 961, 41^2 = 1681,$ $14^2 = 196, 24^2 = 576, 34^2 = 1156, 44^2 = 1936,$ $6^2 = 36, 16^2 = 256, 26^2 = 676, 36^2 = 1296,$ $9^2 = 81, 19^2 = 361, 29^2 = 841, 39^2 = 1521.$ Dintre acestea, cele de forma $25 \cdot p + 1, p$ – număr natural, $1 \leq p \leq 81$ sunt 576 și 676, deci sunt două pătrate perfecte în șir.	5p 5p 5p 10p
Pb.3) 20p	a) Dacă $\overline{cd}$ este prim, atunci d este impar, rezultă că $b = 5 + d$ va fi par, deci $\overline{ab}$ nu poate fi prim. b) $\overline{ab} = 2 \cdot \overline{cd} + 13 \Leftrightarrow 10a + b = 2 \cdot \overline{cd} + 13 \Leftrightarrow$ $10(5+c)+5+d=2 \cdot \overline{cd}+13$ $50+10c+5+d=2 \cdot \overline{cd}+13 \Leftrightarrow 55+\overline{cd}=2 \cdot \overline{cd}+13$ Rezultă $\overline{cd} = 42$ și $\overline{ab} = 2 \cdot 42 + 13 = 97$.	10p 5p 5p
Pb.4) 20p	Deoarece Ana s-a plasat pe primul loc, iar Bogdan, pe locul al doilea, iar Ana a răspuns corect la 19 întrebări $\Rightarrow$ Bogdan a răspuns corect la mai puțin de 19 întrebări. Dacă Bogdan a răspuns corect la 18 întrebări, punctajul obținut pentru acestea este $5 \cdot 18 = 90$; $90 - 84 = 6$ puncte scăzute de la răspunsurile greșite, deci a greșit $6 : 2 = 3$ răspunsuri	5p 5p



Dacă Bogdan ar răspunde corect la 17 întrebări, atunci punctajul lui ar fi cel mult $5 \cdot 17 - (19 - 17) \cdot 2 = 81$ Deoarece pentru fiecare răspuns corect s-au acordat 5 puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit s-au scăzut două puncte, iar punctajul obținut de Bogdan este par $\Rightarrow$ numărul răspunsurilor corecte este par Testul are $18 + 3 = 21$ întrebări Punctajul Anei este $5 \cdot 19 - 2 \cdot 2 = 95 - 4 = 91$ <i>puncte</i>	5p 5p
--	------------------------------------